

3. Forgási energia mérése, tehetetlenségi nyomaték számítása

Feladat:

Állapítsa meg méréssel és számolással egy lejtőn leguruló, gördülő csődarab forgási energiáját a lejtő alján! Számítsa ki a csődarab tehetetlenségi nyomatékát!

Szükséges eszközök:

Egy kb. 1-1,5 méter hosszú, nagyon kicsi emelkedésű lejtő; nagyméretű (kb. 8-10 cm átmérőjű), vékony falú fémcső néhány centiméteres darabja; mérőszalag; stopper; mérleg.

**A mérés leírása**

Mérje meg a csődarab tömegét és sugarát! Győződjön meg arról, hogy a cső falvastagsága a sugarához viszonyítva nagyon kicsi!

Az 1 méteren 2-3 cm-t emelkedő, kellően érdes felületű lejtőn gurítsa le kezdősebesség nélkül a csődarabot! Mérje meg a legördülés idejét legalább ötször, majd a lejtő hosszának, magasságának és a mért időtartamoknak az ismeretében, a gördülési feltétel felhasználásával végezze el az alábbi számításokat! Válaszoljon a kérdésekre!

- *A mért adatok ismeretében határozza meg a cső haladó mozgásának energiáját a lejtő alján!*
- *Az energiamegmaradás alapján határozza meg a cső forgási energiáját!*
- *A legördülési kísérletek eredménye alapján határozza meg a csődarab tehetetlenségi nyomatékát!*
- *A csődarab tömege és geometriai adatai alapján számítsa ki a csődarab tehetetlenségi nyomatékát!*

film: [3. kísérlet: Forgási energia mérése, tehetetlenségi nyomaték számítása - YouTube](#)

Elméleti háttér, mérési adatok

A lejtőn guruló cső mozgása összetett. Miközben szimmetriatengelye haladó mozgást (egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgást) végez a lejtő hossza mentén, a cső palástja gyorsulva forog a szimmetriatengely körül. A kis hajlásszögű lejtőn a cső tisztán gördül, azaz a henger szimmetriatengelyének a lejtő-irányú sebessége (v_L) minden pillanatban megegyezik a szimmetriatengely körül forgó hengerpalást kerületi sebességével ($v_k = r \omega$). Ez annak eredménye, hogy a hengerpalást lejtővel érintkező vonala – a tapadási súrlódási erő hatására – nem csúszik a lejtő felületén. A tapadási súrlódási erő nem végez munkát (az erő irányában elmozdulás nincs) Mivel súrlódási energiavesztés nincs, alkalmazható a mechanikai energiamegmaradás tétele.

Feladat: Állapítsa meg méréssel és számolással egy lejtőn leguruló, gördülő csődarab forgási energiáját! Számítsa ki a csődarab tehetetlenségi nyomatékát!

A lejtőn leguruló cső helyzeti energiájának a csökkenése (ΔE_h) megegyezik a lejtő menti haladó mozgásból nyert kinetikus energia (E_{kin}), és a szimmetriatengely körüliforgásból származó forgási energia (E_{forg}) összegével.

$$\Delta E_h = E_{kin} + E_{forg}$$

A lejtő meredekségét úgy állítottuk be, hogy $L=1$ m lejtőhosszon az emelkedés magassága 1,5 cm legyen. A lejtőn guruló csőhengert 8 cm átmérőjű hengeres konzervdobozból készítettük, aminek alsó és felső körlapját kivágtuk. A lejtőn kijelöltük az 1 m távolságot, majd a csőhengert a felső jelzésre helyezve elengedtük. Stopperrel mértük azt az időtartamot, amíg a guruló henger az 1m utat megtette a lejtőn.

Mérési adataink:

a gurított fémcső tömege: $m \approx 39,4 \text{ g} = 3,94 \cdot 10^{-2} \text{ kg}$
 (0,01gramm érzékenyséű digitális labormérlegen mérve)
 a csőhenger átmérője: $2R \approx 8 \text{ cm}$ $R = 4 \cdot 10^{-2} \text{ m}$
 (tolómérővel mérve)

(A henger átmérőjéhez képest a cső falvastagsága a feladatban leírtak szerint elhanyagolható)
 a gurítás lejtő menti hossza $L \approx 1 \text{ m}$
 a lejtő emelkedése 1m hosszon $\Delta h \approx 1,5 \text{ cm} = 0,015 \text{ m}$
 az $L=1 \text{ m}$ út megtételének mért ideje:

ismételt mérések	1	2	3	4	5	átlagolt időtartam
(sec)	5,4	5,9	5,3	5,4	5,5	4,5

A csőhenger helyzeti energiájának csökkenése $L=1$ m lejtő menti mozgás során

$$\Delta E_h = mg\Delta h,$$

ahol m a cső tömegét, Δh a lejtő magasságának változását jelöli. Elvégzett kísérletünk esetén

$$\Delta E_h = mg\Delta h \approx 3,94 \cdot 10^{-2} \cdot 9,81 \cdot 0,015 \approx 5,8 \cdot 10^{-3} \text{ J},$$

A haladó mozgás lejtő menti v végsebességét a kijelölt 1m-nyi úthossz ($L=1\text{m}$) mért idejéből számítjuk ki.

$$s = \frac{vt}{2}$$

$$v = \frac{2s}{t} = 0,37 \text{ m/s}$$

$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{2L}{t}\right)^2 \approx 2,7 \cdot 10^{-3} J.$$

A henger forgási energiájának kísérleti értékét az energiamegmaradás törvényét alkalmazva határozhatjuk meg, mint a kezdeti helyzeti energia és a végső kinetikus energia különbségét:

$$E_{forg} = \Delta E_h - E_{kin}$$

Kísérleti eredményünk szerint a cső forgási energiája:

$$E_{forg} = \Delta E_h - E_{kin} \approx (5,8 - 2,7) \cdot 10^{-3} \approx \mathbf{3,1 \cdot 10^{-3} J}$$

A kísérletben használt csőhenger tehetetlenségi nyomatékát meghatározhatjuk, a forgási energia tehetetlenségi nyomatékkal kifejezett tanult képletének ($E_{forg} = \frac{1}{2} \Theta \omega^2$), és a tiszta gördülés esetén a forgás ω szögsebessége és a haladó mozgás v sebessége közt fennálló ($v = R \omega$) összefüggés felhasználásával. Eszerint:

$$\Theta = 2E_{forg} \left(\frac{Rt}{2L} \right)^2 \approx 6,2 \cdot 10^{-3} \left(\frac{0,04 \cdot 5,4}{2} \right)^2 \approx 0,72 \cdot 10^{-4} kgm^2$$

A cső tehetetlenségi nyomatékára méréseink alapján kapott eredmény összevethető a vékony falú, véglapok nélküli henger függvénytáblázatban megtalálható képletéből számított értékkel. A függvénytáblázatban található képlet szerint az m tömegű, R sugarú, elhanyagolható falvastagságú cső tehetetlenségi nyomatéka $\Theta_{számított} = mR^2$.

Így számolva a mérésünkben használt cső tehetetlenségi nyomatéka

$$\Theta_{számított} = mR^2 \approx 0,0394 \cdot (0,04)^2 \approx 0,63 \cdot 10^{-4} kgm^2.$$

A mért és az utóbb számított érték eltérése $\Delta \Theta = \Theta - \Theta_{szám} \approx 0,09 \cdot 10^{-4} kgm^2$. Mérés relatív hibája, a számított értéket referenciának tekintve

$$\frac{\Delta \Theta}{\Theta_{szám}} \approx \frac{0,09}{0,63} \approx 0,14$$

A hiba oka egyrészt a mérési pontatlanságokból (hosszúság- és időmérés) továbbá abból származhat, hogy a bútorlap-leitőn a tiszta gördülés feltétele nem biztos, hogy maradéktalanul teljesült. Ha például a forgás közben megcsúszások is előfordultak, akkor a súrlódási veszteség a kinetikus energiát csökkenti. Ha a számítást továbbra is a mechanikai energiamegmaradást feltételezve végezzük, a forgási energia értéke a valóságosnál nagyobbak adódik, ami a tehetetlenségi nyomaték értékében is látszólagos növekedést eredményez.

Forrás: [Súlymérés \(ppke.hu\)](http://Sulymeres(ppke.hu))