

5. A nehézségi gyorsulás értékének meghatározása a matematikai inga lengésidejének vizsgálatával

Feladat:

Igazolja mérésekkel, hogy viszonylag kis amplitúdók esetén a matematikai inga lengésideje nem függ sem az inga szögkitérésétől, sem a kisméretű ingatest tömegétől. A matematikai inga lengésidejének mérésére alapozva határozza meg a nehézségi gyorsulás értékét!

Szükséges eszközök:

Öt különböző hosszúságú fonál, mindkét végükön hurokkal(hosszuk lehet például 50 cm, 75 cm, 100 cm, 125 cm és 150 cm); két egyforma kampós ingatest; stopperóra; térképállvány vagy olyan Bunsen-állvány, amelyről egy vízszintes rúd kilógatható a mérőasztal elé; milliméterpapír.

A mérés leírása:

A legnagyobb ingahossznál mérje meg az inga lengésidejét legalább három különböző, viszonylag kicsi szögkitérés esetén(ezek lehetnek például 5-10, 10-15 és 15-20 fokokak), majd hasonlítsa össze a mért értékeket! Ismételje meg ugyanezt a mérést úgy is, hogy a leghosszabb fonál végére két egyforma ingatestet akaszt.

Kis szögkitéréssel indítva mérje meg mind az öt különböző hosszúságú fonál használatával a matematikai inga lengésidejét (egy ingatestet akasztva a fonalakra).

Megjegyzés:

Az időmérés hibájának csökkentése érdekében minden alkalommal mérjen 10 teljes lengést, majd a mért értéket ossza el 10-zel!

- *Igazolja, hogy a lengésidő adott ingahosszúságnál nem függ a szögkitéréstől!*

- *Igazolja, hogy a lengésidő adott ingahosszúságnál nem függ az ingatest tömegétől!*

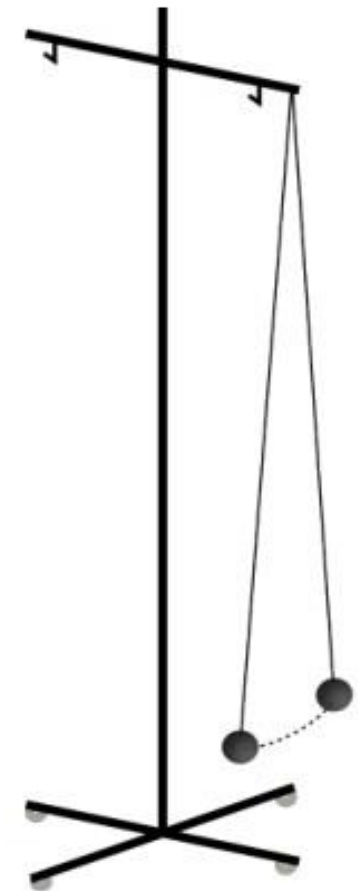
- *Öt különböző ingahosszúság mellett határozza meg az inga lengésidejét az ábra szerinti elrendezésben! Minden esetben mérjen legalább kétszer 10 teljes lengést, majd átlagoljon!*

- *Foglalja táblázatba a különböző hosszúságokat és lengésidőket, illetve a lengésidők négyzetét! Ügyeljen arra, hogy az adatok a táblázatban SI-mértékegységben legyenek feltüntetve!*

- *Ábrázolja milliméterpapíron a lengésidők négyzetét az ingahosszak függvényében! Vonjon le következtetést a kapott grafikonból!*

- *A kapott grafikon meredekségéből számítsa ki a nehézségi gyorsulás értékét!*

- *Milyen tényezők befolyásolhatták a mérés pontosságát?*



Mérés menete:

Méréshez használt eszközök: Állítható hosszúságú inga, stopperóra, mérőszalag, 2db egyforma tömegű test

A tétel 3 mérési feladatott tartalmaz:

- Igazolja, hogy a lengésidő nem függ a kitérés szögétől (kis szögek esetén)
- Igazolja, hogy a lengésidő nem függ a lengő test tömegétől
- Határozza meg az inga lengésidejét és majd g értékét 5 különböző hosszúság esetén

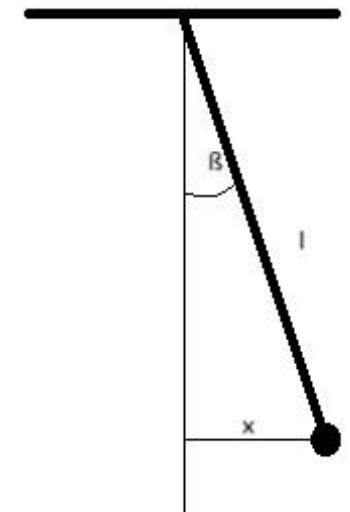
Mivel a szóbeli tétel kidolgozására 30 perc áll rendelkezésünkre. ebbe beletartozik a mérés is, így praktikus a mérést a 3. feladattal kezdeni, mert az első kettőt a leghosszabb inga esetén kell elvégezni, így nem kell annyiszor állítani az inga hosszát, így hamarabb végezhetünk a mérésekkel.

Kezdjük a legrövidebb ingával. Az inga hosszát a felfüggesztési ponttól a test közepéig mérjük. Minden hossz esetén 10 lengés idejét mérjük, így az indításkor és a leállításkor előforduló pontatlanság oszódik, csökken a mérési bizonytalanság. Több, 20-30 lengés mérése esetén még pontosabb értéket kaphatunk. Minden hossz esetén legalább 2 mérést készíts! (itt 3 szerepel). Minden egyes hosszúság mellé rögzítjük 10 lengés idejét. A mérés eredményei a táblázatban láthatók.

Határozzuk meg az $\frac{l}{T^2}$ értékét, majd a g értékét a matematikai inga lengésidejének

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \text{ képletéből kifejezve.}$$

Az 1.feladat esetén 3 különböző szög esetén mérjük lengésidőt. A szögeket célszerű β , 2β , 3β nagyságúnak választani, jelen esetben 5° , 10° és 15° fok volt. Mivel a szögeket viszonylag nehezebb pontosan beállítani ezért praktikus a testnek függőlegestől való kitérését (x) venni. Jelen esetben ($x=l \cdot \sin\beta$) ($l=117,5$ cm) ez 10,2 cm, 20,4 cm és 30,4 cm.



A 2. feladatnál a testeket egymás mellé akasztjuk.

Hiba lehetőségek:

1/ Inga hosszának meghatározásánál (a mérőszalag mm beosztású)

2/ A mérés indításának és leállításának pontossága (ezért mérünk 10 lengést, így csökken a hiba)

3/ Grafikonon történő ábrázolás és leolvasás pontossága

Mérési eredmények és számítások táblázat

Inga hossza (l) (mért) (méterben)	10 lengés ideje (mért) (sec)	T (számított) (sec)	T ² (sec ²)	l/T ² értéke (számított) (m/s ²)	T ² /l értéke (számított) (m/s ²)	g értéke (számított) (m/s ²)	eltérés (m/s ²)	eltérés %-ban	T átlag (számított) (sec)	T átlag ² (sec ²)	l/T ² átlag (számított) (m/s ²)	T ² /l átlag értéke (számított) (m/s ²)	g átlag értéke (számított) (m/s ²)	eltérés (m/s ²)	eltérés %-ban
0,42	13,17	1,317	1,73449	0,24214625	4,1297357	9,5498605	0,2568	2,5921	1,32	1,7424	0,2410468	4,1485714	9,50650138	0,3001	3,0607
	13,19	1,319	1,73976	0,24141247	4,1422881	9,5209216	0,2857	2,8842							
	13,24	1,324	1,75298	0,23959256	4,1737524	9,4491471	0,3575	3,6087							
0,605	15,67	1,567	2,45549	0,24638677	4,0586595	9,7170999	0,0896	0,9039	1,5743333	2,47853	0,2440967	4,0967363	9,62678517	0,1799	1,8341
	15,69	1,569	2,46176	0,24575903	4,0690264	9,692343	0,1143	1,1538							
	15,87	1,587	2,51857	0,24021577	4,162924	9,4737258	0,3329	3,3606							
0,795	17,87	1,787	3,19337	0,24895338	4,0168164	9,8183229	0,0117	-0,118	1,798	3,2328	0,2459165	4,0664201	9,69855519	0,1081	1,1023
	18,04	1,804	3,25442	0,24428346	4,093605	9,6341488	0,1725	1,7413							
	18,03	1,803	3,25081	0,24455451	4,0890679	9,6448386	0,1618	1,6334							
0,99	19,93	1,993	3,97205	0,24924164	4,0121707	9,8296914	-0,023	-0,233	1,991	3,96408	0,2497426	4,0041222	9,8494496	-	-
	20,09	2,009	4,03608	0,24528745	4,0768495	9,6737444	0,1329	1,3416							
	19,71	1,971	3,88484	0,25483668	3,9240818	10,050351	0,2437	-2,46							
1,175	21,84	2,184	4,76986	0,24633867	4,0594519	9,7152031	0,0914	0,9231	2,1723333	4,71903	0,2489917	4,0161975	9,8198357	-	-
	21,61	2,161	4,66992	0,25161025	3,9744009	9,9231058	0,1165	-1,176							
	21,72	2,172	4,71758	0,24906817	4,0149651	9,82285	0,0162	-0,164							

l ₅ 5-10 fok	21,81	2,181	4,75676	0,24701683	4,0483072	9,7419484	0,0647	0,6531
l ₅ 10-15 fok	21,82	2,182	4,76112	0,24679046	4,0520204	9,733021	0,0736	0,7432
l ₅ 15-20 fok	21,71	2,171	4,71324	0,24929767	4,0112689	9,8319012	-	-0,255
l ₅ m	21,84	2,184	4,76986	0,24633867	4,0594519	9,7152031	0,0914	0,9231
l ₅ 2m	21,81	2,181	4,75676	0,24701683	4,0483072	9,7419484	0,0647	0,6531

Tapasztalat:

1/ Különböző szögű kitérések esetén a táblázatból leolvasható , hogy a lengésidő gyakorlatilag megegyezik, tehát nem függ a kitérés szögétől.

(Megjegyzés: A legnagyobb kitérés esetén 10 lengés alatt a kitérés mértéke szemmel láthatóan folyamatosan csökkent, a legkisebb kitérésnél ez nem volt tapasztalható)

2/ Különböző tömegek esetén ez az eltérés még kevesebb volt, így a lengésidő nagyságáról is elmondható, nem függ a test tömegétől.

3/ Hosszabb fonál esetén a mérések pontosabbak voltak, a g értéke is jobban közelített az irodalmi értékhez.

$l - T^2$ grafikonról egész jól leolvasható, hogy a két mennyiség között egyenes arányosság van. A felvett pontok egy origóból kiinduló egyenes mentén helyezkednek el. Kiválasztottam két olyan mérési pontot, amelyek legjobban illeszkednek az egyenesre, valamint az egyenes két tetszőleges pontját. Ezek értékeinek leolvasása alapján határozzuk meg az egyenes meredekségét az $k = \frac{\Delta T^2}{\Delta l}$ alapján.

Első esetben a 2. és 5. hosszúságnál illeszkednek legjobban a pontok az egyenesre, így az ezekhez tartozó értékekkel számolunk, a másik esetben az egyenes két pontjának az értékeit néztük, 0,5 m és 1 m hosszúság esetén.

Meghatározzuk a grafikon meredekségét.

A g értékét a $g = \frac{\Delta l}{\Delta T^2} \cdot 4 \cdot \pi^2$ összefüggés alapján határoztuk meg. (a π értékét 3,14 -nak vettük. Jelen esetben $g = 4\pi^2/k$)

l_1 (m)	l_2 (m)	Δl (m)	T_1^2 (s ²)	T_2^2 (s ²)	ΔT^2 (s ²)	k	g (m/s ²)
0,605	1,175	0,57	2,4785254	4,7190321	2,2405	3,9307	10,0333948
0,5	1	0,5	2,01	4,01	2	4	9,8596

