Körmozgás

(pontszerű test körpályán mozog)

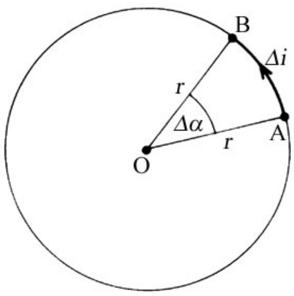
Egyenletes körmozgás

Kinematikai leírás

Ismétlődő, periodikus mozgás. Az ilyen mozgások jellemzője a **periódusidó** (T), ami esetünkben *az az időtartam, ami egy teljes kör megtételéhez szükséges*. A periódusidő reciproka a **frekvencia** (f), ami *megmutatja, hogy egységnyi idő alatt a test hány teljes kört tesz meg*.

A mozgást itt is leírhatjuk az út, sebesség, gyorsulás mennyiségekkel. Az út itt a kör kerületének egy darabja, vagyis az ívhossz (i). Ha a sebesség nagysága állandó, egyenletes körmozgásról beszélünk. Ennél a mozgásnál fontos, hogy sebesség (vektor) vagy pályamenti sebesség amit vizsgálunk, hiszen az út és idő hányadosa mást eredményez, mint az elmozdulás és az idő hányadosa. Ez utóbbi különböző időtartamokra vizsgálva különböző eredményt ad. Amikor sebességet mondunk, többnyire a pillanatnyi sebességre gondolunk, aminek nagysága egyenletes körmozgás esetén megegyezik a pályamenti sebességgel, iránya pedig érintőirányú. A (pályamenti) sebességet út és idő hányadosaként egy teljes körre felírva, a következő összefüggésre jutunk:

$$\boldsymbol{v = \frac{2r\pi}{T} = 2r\pi f}$$



Ha két test koncentrikus körpályákon mozog, azonos periódusidővel, akkor a sebességük nagysága eltér, bizonyos értelemben mégis úgy tűnik, együtt mozognak. Ami megegyezik, az az, hogy azonos idő alatt ugyanakkora a **szögelfordulás**uk (α). A *szögelfordulás gyorsaságát* a **szögsebesség** (ω) mutatja, amit a szögelfordulás és az ahhoz szükséges idő hányadosaként számolunk. Ha ezt egy teljes körre vizsgáljuk, a szögsebesség és a periódusidő kapcsolatához jutunk. A szögelfordulást radiánban mérjük, vagyis egysége:1.

$$\boldsymbol{\omega = \frac{\Delta\alpha}{\Delta t} = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f}$$

A sebesség és szögsebesség fenti két képletét összehasonlítva látható, hogy

$$\boldsymbol{v = r\omega}$$

Radiánban a szöget a hozzá tartozó ívhossz és a sugár hányadosa adja, ez az út és a szögelfordulás kapcsolatához vezet:

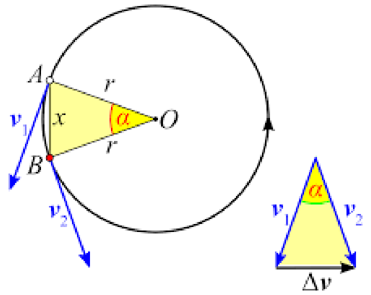
$$\alpha = \frac{i}{r} = \frac{s}{r}$$

vagyis $$\boldsymbol{s = r\alpha}$$

Feladatok

Moór-féle példatár: 137, 138, **140**, 141

A gyorsulást a sebességváltozás és az idő hányadosaként számolva, arra jutunk, hogy értéke (és iránya) attól függ, melyik időtartamra számoljuk a hányadost. Vezessük be a pillanatnyi gyorsulás fogalmát, ami azt jelenti, ezt a hányadost nagyon rövid időtartamra kell számolnunk.



A kép forrása: http://www.fizikakonyv.hu/015.pdf

Ha az eltelt idő nagyon rövid, a szögelfordulás is kicsi, elhanyagolható, vagyis a sebességváltozásvektor gyakorlatilag merőleges a sebességvektorokra. A gyorsulás tehát sugárirányban befelé, a kör középpontja felé mutat (centripetális irányú). Ha az α szög kicsi, a jobboldali háromszög alapjának hossza elhanyagolható mértékben tér el a sebességvektorok metszéspontjából húzott, v sugarú körív sebességvektorok közé eső szakaszának hosszától, vagyis Δv=vα.

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v\Delta\alpha}{\Delta t} = v\omega$$

A sebesség irányának változásából adódó centripetális irányú gyorsulás nagysága az alábbi összefüggésekből számolható:

$$\boldsymbol{a_{cp} = v\omega = r\omega^2 = \frac{v^2}{r}}$$

Feladatok

Moór-féle példatár: 135, 142, 143, 145

Dinamikai leírás

Dinamikai vizsgálat során a mozgás okát, dinamikai feltételét a rá ható erőkben keressük. A vizsgálódás alapja mindig a dinamika alapegyenlete:

$$\overrightarrow{F_e} = m\vec{a}$$

Mivel egyenletes körmozgás esetén a test gyorsulása a kör középpontja felé mutat, a testre ható erők eredőjének szintén a kör középpontja felé kell mutatnia, vagyis centripetális irányú. A nagysága szintén felírható a fentiek alapján:

$$\boldsymbol{F_e = m\frac{v^2}{r} = mr\omega^2 = mv\omega}$$

Feladatok

Moór-féle példatár: 149, 152, 161, 170

Egyenletesen változó körmozgás

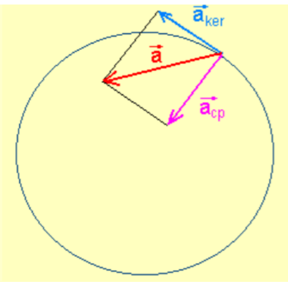
A körmozgás egyenletesen változó, ha a szögsebesség változása az időben egyenletes, vagyis az ω(t) függvény lineáris. A változás gyorsaságát szöggyorsulásnak hívjuk, jele β.

$$\beta = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$$

Az összefüggésből látható, hogy a szöggyorsulás mértékegysége 1 1/s^2. A kinematikai leírás a haladó mozgásoknál tanulthoz hasonló, a megismerés folyamata azzal megegyezik. A megfelelő mennyiségek „cseréjével” az ott tanult összefüggésekhez jutunk. Mivel változó körmozgás esetén a sebesség iránya mellett nagysága is változik, a centripetális irányú gyorsulás (a_{cp}) mellett egy érintőirányú, vagyis tangenciális irányú összetevő (a_t) is megjelenik:

$$a_t = \frac{|\Delta v|}{\Delta t} = \frac{r\Delta\omega}{\Delta t} = r\beta$$

A sebességváltozás abszolútértéke alatt annak nagyságát értjük, vagyis ez az összetevő csak a sebesség nagyságának időbeli változását írja le. A gyorsulás ennek a két összetevőnek az eredője, vagyis felírható a Pithagorasz-tétel:



A kép forrása: http://fizika.mechatronika.hu/fizika/fizikalecok/ujkin/egyvaltkormozg.pdf

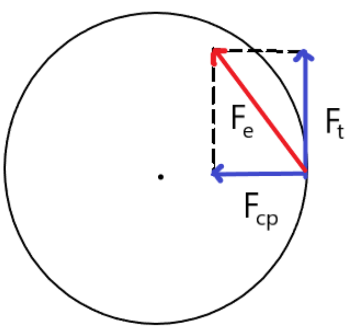
$$a^2 = a_{cp}^2 + a_t^2$$

A kinematikai leírás a kerületi mennyiségekre felírt összefüggésekből r-rel való osztással (egyszerűsítéssel) adódik:

$$s = v_0 t + \frac{a_t}{2}t^2 \qquad r\alpha = r\omega_0 t + \frac{r\beta}{2}t^2 \qquad \boldsymbol{\alpha = \omega_0 t + \frac{\beta}{2}t^2}$$

$$v = v_0 + a_t t \qquad r\omega = r\omega_0 + r\beta t \qquad \boldsymbol{\omega = \omega_0 + \beta t}$$

A dinamikai leírás a dinamika alapegyenletének segítségével írható fel. Az eredőerő a gyorsulással megegyező irányú, és ahhoz hasonlóan érintőirányú (tangenciális) és sugárirányú (centripetális) komponensekre bontható. A kör középpontja felé mutató összetevő a sebesség irányát változtatja, míg az érintőirányú annak nagyságát.



Az eredőerőre és komponenseire szintén felírható a Pithagorasz-tétel:

$$F_e^2 = F_{cp}^2 + F_t^2$$

Felírható a dinamika alapegyenlete, illetve a komponensekre külön is Newton II. törvénye alapján:

$$F_e = ma$$

$$F_t = ma_t$$

$$F_{cp} = ma_{cp}$$