

## Elektrosztatika feladatok 10. osztály

### Elektromos mező, a térerősség

**Gondolkodj az alábbi feladatokon, majd ellenőrizd a megoldásodat!**

1. A levegőben egymástól 12 cm távolságban két pontszerű töltés található. Az egyik töltés nagysága  $Q_1 = 0,4 \cdot 10^{-6}$  C, a másiké  $Q_2 = 0,2 \cdot 10^{-6}$  C. Mekkora a térerősség a közöttük lévő távolság felénél?
2. Hol van a  $Q_1 = 10^{-7}$  C és a  $Q_2 = -4 \cdot 10^{-7}$  C nagyságú pontszerű töltések egyenesén az a pont, ahol a két töltés eredő elektromos térerőssége nulla? A két töltés távolsága 1 m.
3. Mekkora a tömege annak az 1 cm sugarú és  $10^{-10}$  C töltésű gömbnek, amely egy 3 cm sugarú  $10^{-6}$  C töltésű gömb felett lebeg, ha a két gömb felszínének távolsága 4 cm?
4. Egy egyenlő oldalú háromszög csúcsaiban azonos előjelű és nagyságú  $Q$  töltések helyezkednek el. Mekkora és milyen előjelű töltés van a háromszög középpontjában, ha mind a négy töltés egyensúlyban van?

### Hogyan oldjunk meg térerősséggel kapcsolatos elektrosztatika feladatokat?

Amit tudunk: Coulomb-törvény és az elektromos mező, amely az elektromosan töltött testek közötti kölcsönhatásokat közvetíti. A térerősség a tér egy pontjában elhelyezett pozitív próbatöltésre ható erő nagyságát és irányát érzékelteti.

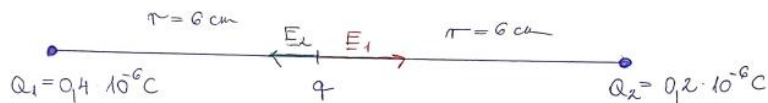
#### A feladatmegoldásnál fontos:

- A ponttöltések közötti erőhatások számításakor érdemes ábrát készítened, amelyen feltüntetted az erőket. Az erők irányának felvételekor ügyelj arra, hogy az azonos töltések esetén taszító-, a különböző előjelű töltések esetén vonzóerőket rajzolj!
- Ha a vizsgált töltésre ható erőt több másik töltés együttes hatása eredményezi, akkor eredő erőt kell számolnod. Ezt az egyes töltések által kifejtett erők vektori összege adja. Egy jó ábra ekkor is nagy segítség. Bontsd fel az erővektorokat egymásra merőleges komponensekre, így már skalárként számolhatsz. Általában a trigonometriai ismereteidre is szükséged lesz, vedd észre a derékszögű háromszögeket!
- A térerősség használatakor ügyelj arra, hogy az elektromos mezőt milyen töltés kelti, és melyik próbatöltésre hat.

## Megoldások

1. A levegőben egymástól 12 cm távolságban két pontszerű töltés található. Az egyik töltés nagysága  $Q_1 = 0,4 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ , a másiké  $Q_2 = 0,2 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ . Mekkora a térerősség a közöttük lévő távolság felénél?

A térerősség nagyságára az elektromos tér egy adott pontjában, a két töltést összekötő szakasz felében vagyunk kíváncsiak. Emiatt itt elhelyezünk egy pozitív próbatöltést, amelyre a két töltés által keltett elektromos mezők ellentétes irányú erőhatást fejtenek ki. Ennek nagysága függ a a töltések nagyságától.



A Coulomb-törvény értelmében:

$$F = k \cdot \frac{Q \cdot q}{r^2}$$

Az elektromos térerősség a próbatöltésre ható erő, és a próbatöltés hányadosa:

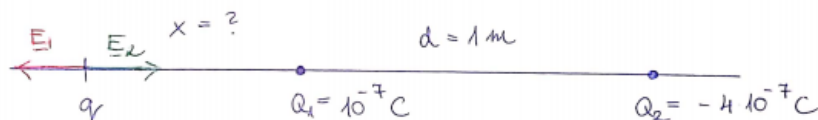
$$E = \frac{F}{q} = k \cdot \frac{Q}{r^2}$$

Az eredő térerősség az ábra alapján a két, azonos előjelű töltés által keltett térerősség különbsége.

$$E = E_1 - E_2 = k \left( \frac{Q_1}{r^2} - \frac{Q_2}{r^2} \right) = 5 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$

2. Hol van a  $Q_1 = 10^{-7} \text{ C}$  és a  $Q_2 = -4 \cdot 10^{-7} \text{ C}$  nagyságú pontszerű töltések egyenesén az a pont, ahol a két töltés eredő elektromos térerőssége nulla? A két töltés távolsága 1 m.

A töltések által keltett elektromos mezőben elhelyezünk egy pozitív próbatöltést. Ezt a próbatöltést a  $Q_1$  töltéstől balra kell elhelyeznünk ahhoz, hogy a tér azon pontjában a térerősség 0 legyen. Ekkor közelebb vagyunk a kisebb töltéshez, és ebben a pontban ellentétes irányú a két töltés tere.



Ebben a pontban a töltésre ható elektrosztatikus erők nagysága egyenlő. Alkalmazzuk e jelölések szerint a Coulomb-törvényt!

$$k \cdot \frac{Q_1}{x^2} = k \cdot \frac{Q_2}{(x + d)^2}$$

Egyszerűsítsünk k-val, majd az adatok behelyettesítésével oldjuk meg x-re az egyenletet!

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{x^2}{(x + d)^2}$$
$$0,25 = \frac{x^2}{(x + 1)^2}$$

Ha gyököt vonunk, a következő elsőfokú egyenletre jutunk:

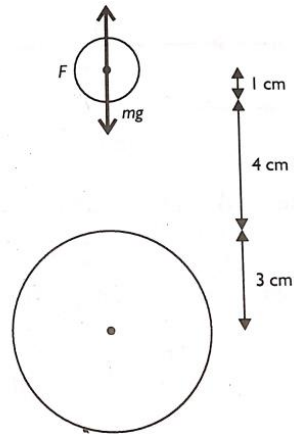
$$\pm 0,5 = \frac{x}{x + 1}$$

$$x_1 = 1 \text{ m és } x_2 = -0,33 \text{ m}$$

A második megoldás a két töltés között van, itt viszont mindkét töltés tere azonos irányba mutat, így a térerősség nem nulla. Ha a két töltés azonos előjelű lenne, ezt kapnánk megoldásként. Tehát a keresett pontot a  $Q_1$  töltéstől balra 1 m-re találjuk.

**3. Mekkora a tömege annak az 1 cm sugarú és  $10^{-10}$  C töltésű gömbnek, amely egy 3 cm sugarú  $10^{-6}$  C töltésű gömb felett lebeg, ha a két gömb felszínének távolsága 4 cm?**

A 3 cm sugarú töltött gömb által keltett elektromos mező erőhatást fejt ki az 1 cm sugarú töltött gömbre. Azonos előjelű töltések miatt taszítás történik. A felső gömbre hat a nehézségi erő is.



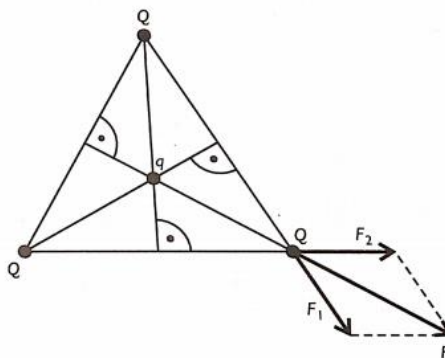
Az ábrának megfelelően a két gömb tömegközéppontjának távolsága  $r=8\text{ cm}=0,08\text{ m}$ .

A Coulomb-erőt így könnyen meghatározhatjuk, amely a lebegés miatt egyenlő lesz a nehézségi erővel. ( $\sum F = m \cdot a$  ( $a = 0$ ))

$$k \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} = mg$$

$$m = 1,41 \cdot 10^{-5} \text{ kg}$$

4. Egy egyenlő oldalú háromszög csúcsaiban azonos előjelű és nagyságú  $Q$  töltések helyezkednek el. Mekkora és milyen előjelű töltés van a háromszög középpontjában, ha mind a négy töltés egyensúlyban van?



A csúcsokban lévő töltések azonos előjelük miatt taszítják egymást. Ahhoz, hogy mind a négy töltés egyensúlyban legyen  $q$ -nak ellentétes előjelűnek kell lennie.

Mekkora a  $Q$  töltésre ható eredő erő nagysága?

F: a két egyenlő nagyságú taszítóerő eredője. A két taszítóerő által meghatározott  $60^\circ$ -os rombusz hosszabbik átlója.

$$F_1 = \frac{kQ^2}{a^2}$$

ahol  $a$ : a háromszög oldala.

Az átló ( $F$ ) és a két oldal ( $F_1$ ) által meghatározott háromszög egyenlő szárú. Rajzoljuk be a magasságot, amely felezi az  $F$ -el jelzett oldalt, majd alkalmazzuk a coszinusz definícióját!

$$F = 2F_1 \cdot \cos 30^\circ = \sqrt{3} \frac{kQ^2}{a^2}$$

A keresett  $q$  töltés a háromszög súlyvonalának  $2/3$ -ában van. Az egyenlő oldalú háromszögben felvett derékszögű háromszög  $60^\circ$ -os szögére alkalmazzuk a szinusz definícióját, így megkapjuk a  $q$  és  $Q$  töltések távolságát.

$$d = \frac{2}{3}a \cdot \sin 60^\circ = a \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Így az eredő erő:

$$\sqrt{3} \frac{kQ^2}{a^2} = \frac{kqQ}{d^2} = \frac{kqQ}{\left(a \frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}$$

A keresett töltés tehát:

$$q = Q \frac{\sqrt{3}}{3}$$